تطـــوّر الرياضـــيات (الحســـاب والجـــبر) عنـــد الفلاســـفة المسلمـــين

د . زينب خليفة حسين الكدي - أ . عادل عمر المبروك.
كلية الآداب غريان ـ جامعة غريان

الملخص باللغة الإنجليزية

sciences have developed rapidly at the hands of Muslim scholars who recorded important mathematical innovations in the fields of arithmetic, algebra, geometry and trigonometry. By mathematical sciences, Rom Landau said, "It was at the hands of the Arabs alone that mathematics knew that transformation that eventually enabled it to become the foundation upon which the Western world was built."

الملخص :

كان لعلماء المسلمين فضل كبير في تقـــدّم علم الرياضيات ، وأثّـــرت أبحاثهم ومؤلفاتهم تأثيرًا كبيرًا في ازدهارها وتقدمها فقد ابتكروا فيه وأضافوا إليه وطـــوروه واستفاد العالم أجمع من الإرث الذي تركوه ، ففي البداية جمع العلماء المسلمون نتاج علماء الأمم السابقة في حقل الرياضيات ثم ترجموه ومنه انطلقوا في الاكتشاف والابتكار والإبداع ، ففي الحساب ، أدرك علماء العرب والمسلمون ما للأرقام من فائدة ، وعرفوا كيف يستخدمونها وقد قامت الأرقام العربية على النظام العشري الذي طوره المسلمون عن الهنود واستخدموه في حساباتهم ومعاملاتهم مبكراً وباستخدام الارقام والصفر سهل حل المسائل الحسابية والكسور العشرية والعادية وبناء المعادلات الرياضية من مختلف الدرجات ، وقد ابتكر العرب الصفر قبل الهنود ، وقد توصل الرياضيون المسلمون إلى طرائق ميســـرة لإجراء شتى العمليات الحسابية استخدموا في القسمة والضرب طرق عدة يكاد بعضها يطابق ما هو مستخدم اليوم، وينسب استخدام الكسور العشرية إلى العالم الرياضي غياث الدّين الكاشي وقد وردت في كتاب الكاشي الرسالة المحيطة النسب بين الدائرة وقطرها، وقد وردت في كتاب الكاشي مفتاح الحساب فصولا في الكسور العشرية وغيرها من أنواع الكسور الاخرى.

أما في علم الجبر فإن جهود العرب والمسلمين كانت عظيمة حيث أن الجبر يعتبر نتاج للعبقرية العربية وأول من سماه بهذا الاسم هم العرب ويرجع الفضل في ذلك إلى العالم

الرياضي الكبير الخوارزمي والعرب هم الذين ابتدعوا الرموز الجبرية وجعلوها من الحروف الأبجدية، وعلى صعيد المتتاليات الحسابية والهندسية بأنواعها فقد عرفها العلماء المسلمون ، فذكروا قوانين خاصة لجمعها وبنوا قواعد لاستخراج الجذور ولجمع المربعات المتوالية والمكعبات وبرهنوا على صحتها.

المُقدمـــــــة :

كما هو معـــــروف إن الحضارات لا تنفصل عن بعضها ، فكل حضارة أخذت عن سابقتها ونقلت عنها اكتشافات تسهم في النهضة والتقدم والبناء, فالحضارة العربية الإسلامية أخذت عن الحضارة اليونانية وأخذت الحضارة الغربية عن الحضارة العربية الإسلامية

.إن انتشار الإسلام والفتوحات التي قام بها المسلمون في العالم آنذاك ساعد في قيام الحضارة الإسلامية ، فالعرب والمسلمين لهم رصيد كبير من التراث والثقافة بالإضافة إلى تطلعاتهم إلى تراث وثقافات الشعوب الأخرى

كما إن الانفتاح على الدّول والشعوب الأخـــرى أسهم في التقدم الحضاري عند العرب والمسلمين في العديد من المجالات والعلوم الرياضة أو الطبيعية أو الفلكية, وتظهر آثار هذه العلوم والمعارف من خـــلال التراث في فن الهندسة والتصميم في بناء المنازل والمساجد والجسور ، وكذلك إبداعاتهم في بعض العلوم الأخـــرى مثل الطب ، واكتشافاتهم في علم الكيمياء , ومن إسهامات العرب المسلمين هو اكتشافهم لعلم الجبر ، فالبشرية لا زالت تدين بالفضل إلى الخوارزمي في اكتشاف هذا العلم .

أهداف الدراســـــة :

يهدف هذا العمل إلى إلقاء الضوء على تاريخ علم الرياضيات وتوضيح بعض إسهامات وإنجازات العرب والمسلمين في تأسيس هـــذا العلم ودورهم في حلّ بعض المشاكل المستعصية التي وقف أمامها الفلاســـفة اليونانيين، أو انجاز أو كتابة الصيغة النهائية للأعـــداد أو الأرقام التي نتعامل بها ، على الرغم التطور التقني الهائل الذي وصل إليه الغرب اليوم , كما يهدف العمل إلى إبـــراز أهمية اكتشاف الأرقام والترقيم ومدى مساهمتها في تطور وسرعة عمليات الاتصال بين البشرية في العديد من المجالات وتوفير الجهد والوقت

كما سنلقي الضوء في هذا البحث على ابتكارات وأفكار بعض العلماء المسلمين وهم: الكاشي ، والخوارزمي، وابن الهائم ، وابن حمزة المغربي ، وآراؤهم في الحساب والجبر .

مشكلة الدراســـــــة:

يُعتبر علم الرياضيات من أقدم العلوم التي عرفها الإنسان عبر التاريخ ، وذلك لأهمية هذا العلم في حياة الفرد منذ اللحظات الأولى لظهوره إلى الحياة ، فقد كان في اكتشاف الرياضيات ضرورة دينية ملحة دعت الفلاسفة والعلماء العرب والمسلمين لإيجاد حلول لمشاكلهم اليومية ومن بين هذه الضرورات ما جاء في محكم التنزيل فيما يخص الميراث، وتحديد مواقيت الصلاة , وبداية الأشهر الهجرية, وأهمها رمضان وشهر الحج وبقية الأشهر الحرم عموما , وتحديد اتجاه القبلة ، وتقسيم الغنائم، ما يؤكد على أصالة هذا العلم ونسبته إلى المسلمين ، بالإضافة إلى اكتشاف الأرقام ونظام الترقيم واكتشاف الكسور العشرية التي يختص بدراستها علم الجبر.

إن هذه الاكتشافات والإسهامات أسهمت بدور كبير في تأسيس علم الرياضيات الذي أصبح يحكم العالم اليوم ، إلا أن ما تعرضت إليه العلوم العربية والإسلامية من تغييب وتغريب وطمس للهوية العربية والإسلامية ونسبة كل مراحل التّطور إلى الحضارة الغربية، بينما الحقيقة أن ما تنعم به البشرية اليوم من العلوم يرجع الفضل في كثير منه إلى الحضارة العربية الإسلامية

الأرقـــــام والترقيـــــــــــم في العصر الجاهلـــــــي : في عصر كالعصر الجاهلي وفي بيئة كالتي يعيش فيها العرب في تلك الفترة فإنّ القليل من المعرفة المستندة كليا إلى الخبرة كان كافيا لإجابة حاجات أهل ذلك العصر لأنّ بساطة الحياة وقلة المتطلبات لم تكن تتطلب المزيد من التعمق في الرياضيات أو تعقيد الإجراءات الحسابية التي لم يكن بوسعهم إدراكها وحتى تجاربهم لا تتطلب معرفة عميقة بالحساب؛ إذ يكفي القليل من المعلومات الرياضيـــة لأداء أعمالهم وتصريف بضاعتهم , إلاّ أن تجاراتهم كانت في الأغلب تتم عن طريق المقايضة والمبادلة .

واللافت للنظر أنه على الرغم من قلة المعلومات الرياضية إلا أن عرب الجاهلية عرفوا نظامين من أنظمة الترقيـــم , فلعرب الشمال رمـــوزهم الترقيمية، ولعرب الجنوب رموزهم الترقيمية ، ويطلق على النوع الأول حساب اليد , ويطلق على النوع الثاني حساب أبجد , وهو استخدام الحروف الهجائية للدّلالة على الأرقام[1] .

فاكتشاف الحروف الهجائية يعتبر تتويجا لمرحلة طويلة من الجهد والتفكير حاول فيها الإنسان إيجاد أنظمة لغوية عن طريق رمـــوز محدّدة بدأت برسم سورة ما ثم جاءت الرسومات للتعبير عن أفكار أو تسجيل معلومات , ثم ظهرت الكتابات المزدوجة التعبير إلى أن وصل الأمـــر إلى استخدام حروف محدّدة عن طريق تركيبها بطريقة معيّنة

ومفهومة تعطي أو تحمل دلالة محددة ، وبعد ذلك استطاع الإنسان إعطاء الكائنات علامات وأسماء كما أعطى إشارات للعلاقات التي يراها قائمة بين الكائنات والأشياء , وبذلك أصبح بالإمكان إحلال الحروف بدلا من الأشياء ورسوماتها, أي : معايشة الواقع ونقل ما فيه من الخبرات إلى اللغة من الواقع العياني إلى الصورة الذهنية, واستخدام هذه الحروف كرموز رقمية للتعبير عن الأعداد, بالإضافة إلى الوظيفة الأساسية لهذه الحروف وهي وظيفة لغوية في الأساس الأول

واستخدم العرب الحروف الهجائية في التعبير عن القيم العددية ، وقد مرت هذه الطريقة بمراحل من التطور ؛ إذ كانوا في البداية يكتبون الأرقام بواسطة الكلمات الدالة عليها , أي : كتابة الرقم كما ينطـــق (ثلاثة دنانير) ، (مائة وعشرون خروفا) , وقد سادت هذه الطريقة لفترات طويلة ليس فقط عند التجار أو الحساب العاديين ؛ بل نجدها حتى عند كبار العلماء.

إلا أن هذا النوع من الترقيم غير دقيق وخصوصا في العمليات الحسابية العالية التي تحتاج إلى دقـــة شديدة , ولذلك فإن التّطور اللاحق اختزل الكلمات المنطوقة وأبقى على الحرف الأول من الكلمة , أي : اقتصرت كتابة الرقـــم على الحرف الأول من الكلمة التي تشـــير إليه وينطق به الرقم (5), لم يعد يكتب (خمسة) ؛ إذ أصبح الحرف (خ) يدل عليه)[2] ولكن بعد مدّة من الزمن أكتشف أن هذا التطوّر لم يكن مفيدا بقدر ما زاد في تعقيد إجـــراء العمليات الحسابية ، فالخمسة والخمسون والخمسمائة تتفق في الحروف الأولى ، إلا أن الدلالة العددية تختلف اختلافا كبيرا، لهذا كانت هناك قابلية كبيرة للوقوع في أخطاء مكلفة في هذا النوع من الترقيم فبدأ التفكير في تغييره أو على الأقل تطويره وبالفعل فإن الخطوة التالية كانت تقوم على تدوين الأرقام وفقا لترتيب حـــروف الأبجدية ؛ إذ أصبح في الإمكان خصوصا بعد اكتمال بناء الأبجدية وإعطاء كل حرف من حروف الأبجدية رمزا رقميا محددا, يعبّـــر عنه بالإضافة إلى وظيفته الأساسية وهي لغويته.

إن استقرار الحروف الأبجدية على نظام معين بترتيب محدّد بحيث يصبح لكل حرف ترتيبه داخل الأبجدية , وبذلك أمكن إعطاء كل حرف قيمة رقمية ثابتة.

الترقيـــــــــم عند المسلمـــــــــين : استمر استخدام الحروف كرموز رقمية بصفة رسمية وكاملة إلى العصر العباسي , ولكن حدث في القرن الثالث للهجرة وفي أثناء خلافة الخليفة المنصور بدأ في الظهور فرع جديد من الرموز الرقمية لا علاقة له بالحروف الأبجدية ، ومنذ ذلك التاريخ بدأ التحول إلى هذا النظام الجديد تدريجيا ، ولكن

بصورة حاسمة , وقد صادف أن هذا النوع الجديد من الرموز أن كتبت له السيادة منذ ذلك الوقت إلى الآن في كل الحضارات وفي كل العلوم وشـــؤون الحياة.

أخذ العرب النظام العددي من الهنود ؛ ولكنهم هذّبوه ونظموه ، فاصبح على ما هو عليه الآن من تسعة أرقام يُطلقون عليها اسم الأرقام الهندية ، يقول ابن النديم (أن رجلا يجـــول في بلادهم - السند - أخبره أنهم يستعملون تسعه أشكال للرموز من الواحد إلى تسعة)[3] , يقول الخوارزمي الكاتب (حساب الهند قوامه تســـع صور يكتفي بها للدّلالة على الأعداد إلى مالا نهايـــــة)[4] , ويقول الكاشـــي (واعلم ان حكماء الهنود وضعوا تسعة أرقام للعقود التسعة الشهيرة)[5] ، وأضيف الصفر إلى التسعة أرقام , أما الأرقام المستخدمة حاليا في أوروبا فيقال : إنها هندية المصدر وسميت قديما بالأرقام الغبارية ؛ لأنها كانت ترســـم على تراب ناعم , والثابت أن العرب المسلمون أوصلوا هـــذه الأرقام إلى أوروبا عن طريق الأندلس ، وسمّي هذا النظام بالنظام العشـــري ؛ لأن عدد عناصره الأساسية عشـــرة أما ميزات هذا النظام كثيره منها :

1- اختصار الأعداد إلى عشرة بدلا من عدد الحـــروف الأبجدية.
2- تسهيل إجـــــراء العمليات الحسابية, وقد أصبح لكل رقم قيمتان , قيمته المطلقة بذاتيه وقيمته المتحصلة من مرتبته في الأعداد المركبة, أو ما نسميها بنظام الخانات.
3- إن استنباط الصفر أسهم في تسهيل حلّ المعادلات الجبريـــة من ســـائر الدرجات , وهو ذاته قيمة في الرياضيات العليا[6] .

الصّـــــــفـرُ: إن ابتكار الصفر لم يكن شيئا عاديا في تاريخ الرياضيات ؛ بل في تاريخ البشرية كلها , فهو ابتكار عبقري لا مثيل له بكل المعاني ، ويدل دلالة قاطعة على القدرات الهائلة التي يمثلها الإنسان الذي استطاع يوما بعد يوم أن يطوّر أساليب عمله وتفكيره , وأن يرتقي بفكره ليصل إلى الأفكار الأكثر بساطة و جوهرية ، فعن طريق اكتشاف واستخدام الصفر تمكّن الفكر الرياضي ليس فقط من استكمال بناء صيغة العدد والأرقام , أو أنه أعطي استقرارًا نهائيًا للنظام العشري والخانات , بل أن العمليات الرياضية المعقّدة والمرهقة والتي كانت تستغرق جهدا ووقتا طويلين أصبحت بفعل الصفر بسيطة وسهلة ويمكن القيام بها بدقة وسرعة فائقة لم تكن تخطر على بال الرياضيين الأوائل , ومنذ اللحظة التي استخدم فيها الصفر تحول الفكر الرياضي إلى مراحل جديدة متطورة , مهدت الطريق أمام الإنجازات اللاحقة وسمحت بالتقدم الهائل الذي حدث في الرياضيات , لذلك يعتبر الصفر أعظم اختراع وصلت اليه البشرية , وفعلا فإنه يستحيل دون الصفر وهو الكمية الموجبة والكمية السالبة مثلا في الكهرباء ,

الموجب والسالب في علم الجبر, ويصعب دون الصفر الوصول إلى نظـــــريات الأعداد التي تستعمل ويعتمد عليها بكثرة في الرياضيات المعاصرة[7] , و بواسطة الصفر أمكن القيام بالأعمال الحسابية السهلة والمركبة , كما أمكن حلّ المعادلات الطويلة , وأصبح من السّـــهل تحديد بعض مراتب الأعـــداد عن بعض مثل 45- 405 -450 يمكن على وجه الإجمال القول بأن الرياضيات وبفضل ابتكار الصفر تطوّرت بصورة مذهلة وكبيرة ما كانت لتحدث لولا هذا الابتكار, ورغـــم الدور المهم الذي يمثله الصفر إلا أنّـــه ظلّ في ذاته سرًا غامضا يصعب على عامة الناس فهمه فهو لا يعني شيئا بمفرده , ولكنه يملك قوة سحرية, فيحوّل الواحد الصحيح إلى عشرة وإلى مائة أو الى ألف , فالصفر رقم وهـــو ليس برقم , فهو رقم من حيث وجوده في سلسلة الرموز الرقمية , و يكون عددا عند اضافته إلى رقم آخـــر, إلا أنه في ذاته ليس برقم يبدأ من واحد وينتهي عند التسعة, كما أنه لا يدخل في الترتيب ولا في العد , لهذا كان الصفر مستعصيا على التعريف.

الصفر عدد لا يساوي إلا ذاته , أولا يتطابق إلا مع ذاته ؛ لأنه واحد. وإذا نظرنا إليه كفئة من الفئات, ولأنه لا ينطوي على شـــيء في الوقت نفسه من ناحيه الأفراد المنضوية تحت هذه الفئات[8] ,أما عن الأصل الأول للصفر فهناك من يرجع الأصل الأول للصفر إلى الحضارة اليونانية , وهناك من يرجعه إلى البابليين , وإن اليونان أنفسهم أخـــذوه عن البابليين (إن استعمال الصفر في الحساب إبداع بابلي ظهر في العهد السلوقي , وانتقل إلى اليونان وعاد إلى العرب , أو إن الحسابيين العرب والفلكيين منهم الذين استخدموا النظام الستيني وورثوا الصفر ضمن ما ورثوه من علم الحساب البابلي[9]), فالصفر وفـــــق وجهة النظر هذه سواء عند اليونان أو عند العرب هو إبداع بابلي , ودخوله إلى مجال الرياضيات الإسلامية كان بطريق مباشر, أي : طريق استخدام الحساب الستيني أو عن طريق غير مباشر بواســـطه اليونان, والهنود لم يهتدوا إلى فكرة الخانة بصـــورة كاملة شأنهم في ذلك شأن البابليين واليونان والعرب في الجاهلية , وإن كانوا في ذات الوقت اقتربوا منها , أما أول من قام بالخطوة الحاسمة الأساسية في إدخال الصفر في نظام الأعداد والعمليات الحسابية, واعتماده كرقم يكمل سلسلة الأرقام التسعة فهم دون أدني شك العرب , وبذلك يقوم يكون النظام الترقيمي قد اكتمل , ومن هذه اللحظة عرفت البشرية لأول مره نظاما عشـــريا للأرقام وذلك بفضل العرب الذين اكتشفوا الصـــفر فأدخلـــوه فـــي نظامهم الترقيمي.

الحِســـــــــابُ : العلوم العددية هي إحدى فـــــروع الرياضيات التي قامت بدور حاســـم في تاريخ الفكر الرياضي الإسلامي, كما هو الشأن في كلّ الحضارات المتطورة , وقد أبدى علماء الرياضيات العرب اهتماما بالغا بهذه العلوم واحتلت هـــذه العلوم مكانة متميّزة في دراستهم ومؤلفاتهم مما ساعد على تطوّر الأفكار الرياضية الذي انعكس بدوره على تطور المجتمع الإسلامي ذاته.

وقد قسم العرب الحساب إلـــى قسمين هما : النظري والعملي .

ويعـــــرّف الفارابـــي العلوم العددية ، بقوله : (أما العدد فهو علمان إحداهما : علم العدد العملي ، والآخـــر : علم العدد النظري , فالعملي يفحص الأعداد من حيث هي أعداد لمعدودات تحتاج إلـــى أن يضبط عددها من الأجسام وغيرها , مثل - رجال – اشجار- دنانير أو غير ذلك من الأشياء ذوات الأعداد, وهي التي يتعاطاها الجمهور في المعاملات السوقية , و المعاملات المدنية)[10].

بينما ابن خُلـــــدون فنجده يفـــرّق العلوم العددية بين علم العـــدد وبين علم الحساب , فيطلق على الأول اسم الأرنماطيقي , أي : العلم الذي يتناول الأعـــداد من حيث هي كذلك , والنوع الثاني هو ما اسماه علم صناعة الحساب , فيقول ابن خلدون - عن العلوم العددية - : (أولها الارنماطيقي وهي معرفة خواص الأعداد من حيث هي كذلك , وأما النوع الثاني وهو علم صناعة الحساب فيقول : (هي معرفه الأعداد إما على التوالي بالتضعيف , مثل الأعدادات إذا توالت متفاضلة بعدد واحد, فاذا جمع الطرفين منها مساو لجمع كل عددين بعدهما من الطرفين بعد واحد , والأزواج على تواليها, ومثل أن الأعداد إذا توالت على نسبة واحدة يكون أولها نصف ثانيها أو ثانيها نصف ثالثها وهكذا [11].

المتوالية الحسابية 1 2 3 4

المتوالية الهندسية 2 4 8 16[12]

إسهامات العرب في الرياضيات :

فـــــي الحســـــــــاب : كان العرب يستعملون حساب الجمل الذي يقوم على اعطاء كل حرف من الحروف الأبجدية قيمة عددية موجبة , ومثّلوا على ذلك في أبجد هـــوز , حطي كلمن , سعفص, قرشت , تخذ , حيث جعلوا أ=1 , ب=2, ج=3, د=4, هـــ=5, =6, ز=7, ح=8, ط=9, ي=10, ك=20, ل=30, م=40, ن=50, س=60, ع=70, ف=80, ص=90, ق=100, ر=200, ش=300, ت=400,ث=500, خ=600, ذ=700, ض=800, ظ = 900 غ=1000.

فإذا أرادوا أن يرمـــــزوا إلى عدد غيّروا في هذا الجدول , وكان عليهم أن يركبوه من حروف ملائمة انطلاقا من الأكبر قيمـــة إلى الأصغر قيمة , كما 15 تســـاوي: (يه) ، و 67 تساوي : (ســـــز) , ولكن كانت هناك صعوبات تعترض الحاسب في إجراء العمليات الأربع , ولاسيما الضرب والقسمة.

والهنـــــــود وضعوا أشكالا مختلفة للأرقام فأختار العرب منها شكلين:

الشكل المعروف بالأرقـــام الهندية ، وهي التي ما نزال نستعملها حتى اليوم وهي ١،٢،٣،٤،٥،٦،٧،٨،٩.

والشكل المعروف بالأرقام الغبارية من جـــراء رسمها على الغبار ، وقد استخدم هذا الشكل في الأندلس ثم انتقل إلى أوروبا حيث بات يعرف بالأرقـــام العربية ، وهي 9,8,7,6,5,4,3,2,1 [13] , ثم أضافوا إليها الصفر وكانت علامتـــه النقطة ثم الدائرة , أما الهنود فكانوا يعرفـــون الصفر ؛ ولكنهم لم يستعملوه بل تركوا مكانه فارغا , ومن هنا كانت صعوبة التميّـــز في أرقامهم بين 48-408 مثلا فهذه الاستعاضة بالأرقام العشـــــر عن حساب الجمل , سهلت العمليات الحسابية كالجمـــع , والطـــــرح , والقســـــمة ؛ إذ أصبح لكل رقم قيمتان قيمته الذاتيـــة, والقيمة التي يكتسبها من مرتبته أو خانته , وكل خانة تساوي عشرة أضعاف الخانة الواقعة إلى يمينها , كما في هـــذا العدد 324 مثلا الأربعة تساوي 4 = 1 x 4 والاثنان 20 = 10 x 2 , والثلاثة 300= 100 x 3 إلى آخـــرها[14] .

الكـــــــــاشي : هو غياث الدّين جمشيد بن مسعود محمود الكاشي , ولد منتصف القرن الـــــرابع عشر الميلادي , ويرجّـــح أنه توفي ســـــنة 1434 م , كانت ولادته في مدينة كاشان شمال غرب بلاد فارس وكان دائم التنقل إلى أن استدعاه حاكم سمرقند (أولغ بك) , وفي سمرقند وضع الكاشي أهـــم واكثر مؤلفاته التي كانت سببا في تعريف الناس به , والده كان من العلماء المعروفين في الرياضيات والفلك وكان حريصا على تعليم ابنه العلوم النافعة بنفسه , كما حرص على تعليمه القرآن الكريم والتمسك بتعاليمه , وبالفعل اشتهر الكاشي بكثرة قـــراءة القرآن, كما برع الكاشي في مختلف علوم الرياضيات , و في علم الفلك , وأعمال الرصد واختراع آلاته , كان متقدّما ومتفوقا على كل من عاصره , ولكن أهـــم انجازات الكاشي كانت في علم الرياضيات لشدّة شغفه به وإلمامه بمختلف أقسامه وموضوعاته.

يقول الكاشي - في مقدمه كتابه "مفتاح الحساب " - : (فحررت هذا الكتاب وجمعت فيه ما يحتاج اليه المحاسب متحرزا عن إشباع ممل واختصار مخل , ووضعت لأكثر

الأعمال دستورا في الجدول يسهل ضبطه على المهندسين)[15] ، والكاشي بحث في علوم كثيرة , ومختلفة ، وله إسهامات تصب في اتجاهين :

الأول : اضافة العديد من التعديلات والتحسينات في الإنجازات التي تمت قبله, **الثاني :** ابداعاته الخاصة التي أضافت إلى العلوم والمعرفة الإنسانية الشيء الكثير, من ذلك بحوثه في الأرقام والأعداد واستخدامه للصفر في الكسور العشرية والحساب والجبر والهندسة والمثلثات , وكذلك في الفلك والفيزياء وعلوم اللغة من نحو, وصرف , وبيان, لم تكن فقط محل تقدير واحترام ومقتصرة على عصرها , بل إن بعضها لا يزال مؤثرا إلى الآن داخل حركة العلم , خصوصا في مجال الرياضيات والفلك.

ونحن نستخدم الصفر على النحو الذي حدده الكاشي ، ولنفس الأغراض ، ونتبع في ترقيمنا نظام الخانات " بيوت العدد " ، ونرتب أعدادنا إلى آحاد وعشرات ومئات , كما نستخدم الكسور العشرية في حساباتنا العالية , وفي حياتنا اليومية, ومتسلسلة الكاشي التي يطلق عليها متسلسلة (نيوتن) , ونظرية ذات الحدّين ، والمعادلات المكعبة ، وغيرها من الأفكار والنّظريات التي كانت استمرارا لتدفق ينابيع الإبداع في الْفكر الرياضي الإسلامي .

وإذا نظرنا إلى بداية استخدام الصفر نجد أنه لا تاريخ لابتكاره في سلسلة الأرقام لوجدنا أنه كان يستخدم في البداية لحفظ المرتبة , وفي ذلك يقول الكاشي : (وكل مرتبة لا يكون هناك فيها عدد يجب أن يوضع فيها الصفر على صورة دائرة صغيرة لئلا يقع خلل في المراتب[16] , أي : أن الصفر كان في بداية استخدامه يشير إلى خلو المكان من الرقم ، أي : اعتبار الجزء الذي يقع فيه رسم الدائرة الصغيرة الصفر خال من أي رقم , إلا أنه حدث بعد ذلك وكما يقول ابن الهائم أن صار ترك العلامة علامة , أي : صارت العلامة الدالة على الفراغ أو الخلو من الرقم هي ذاتها تشير إلى رقم ، وبذلك لم تعد هذه العلامة ، أو الدائرة الصغيرة فراغا لا دور له , ولم يكن من الممكن اعتباره عدما محضا , بل بدأتْ أساسية في تدوين الأعداد , وبذلك تم إدخال الصفر في سلسلة الرموز الرقمية التسعة ، فأصبحت الأرقام عشرة كاملة , وهذا يُفسّر لنا لماذا كان الرياضيون العرب يضعون الصفر بعد رقم تسعة , وليس قبل الواحد , كما نفعل نحن الآن أي : أنهم كانوا ينهون سلسلة الأرقام بالصفر ولا يبدؤون به , أي اعتبار. الصفر هو الرقم العاشر في سلسلة الرموز الرقمية , سواء من حيث الاستخدام أو من حيث تاريخ اكتشافه [17] .

إن اكتشاف واستخدام الصفر وتطوّر مفهومه إلى أن تمت صياغته بصورة تامة وكاملة لم يكن بفعل الصدفة الحسنة وحدها , إنما تـــم ذلك داخل البيئة العلمية الإسلامية ووفـــق تقاليدها الرياضية , حيث تقف وراء الصفر على النحو الذي نعرفه العديد من النظريات والأفكار التي تـــم إنتاجها في الرياضيات الإسلامية ويسير في هذا الاتجاه من المنهجية والتقنيات , مثل : حساب التناسب ، والتقريب ، والتكرار المتتالي , وعن طريق الصفر يكون بناء الأرقام قد اكتمل وتمت صياغة الأعداد وتحددت مراتب أو بيوت العدد وأمكن القيام بالعمليات الحسابية المعقّـدة بسرعة وسهولة ودقة , وعن طريق الرياضيات الإسلامية انتشـــر نظام الترقيم العشري وأصبحت له السيادة على هذه الأرض منذ ذلك الوقت إلى ما شاء الله.

الكســـــــــور العشريـــــــــة : استند الكاشي في ابتكاره للكسور العشرية إلى سلسلة طويلة من المحاولات الصائبة أحيانا والخاطئة في أغلب الأوقات قدّمها الرياضيون على درجة عالية من الكفاءة الرياضية , كما استفاد من العديد من النظريات التي تم صياغتها داخل البيئة الرياضية الإسلامية , ومن هنا يمكن قراءة عمل الكاشي حيث قام بدراسة أعمال السابقين عليه وما استفاده منهم وما استطاع فهمه واستخلاصه من نظريات قد تـــم انجازها في تاريخ سابق فأعمال اقليدس، والسموأل ، والبغدادي ، والقاضي النسوي ، كانت كلها التمهيد المنطقي والتاريخي لابتكار الكاشـــي للكسور العشرية , فالفكرة كانت موجـــودة عندهم إلا أنها غير واضحة وغير محددة , بل غامضة وبالإجمال يمكن القول أن هـــؤلاء جميعا كان لديهم الحدس بالفكرة دون أن يستطيع أحد منهم الاهتداء إليها , وهـــذا الحدس يمكن اعتباره المادة الخام التي استند اليها الكاشي في بناء نظريته في الكســـور العشرية, خصوصا أنه كان على اطلاع واســع بهذه الأعمال بالإضافة إلى ما استفادة من بعض النظريات والأفكار الرياضية المختلفة حيث استطاع تجميعها في نسـق واحد وأصبح ابتكاره أمرًا ممكنا واضحا غاية الوضـوح أما الأفكار الرياضية التي استعان بها فهي:

1 - فكرة مرتبة العدد حيث تتحدد قيمة العدد من منزلته في الآحاد أو العشرات أو المئات

2- فكرة التقريب وهي محاولة لمعرفة عدد حقيقي بواسطة سلسلة من الأعداد المعلومة[18]

4- نظرية التناسب .

5- مفهوم العلاقة العددية حيث تغير مفهوم الوحدة الرياضية واصبح الكسر عباره عن علاقه تربط ما بين الأعداد ولم تعد اجزاء من وحدة العدد,

6-التكرار أو ما يطلق عليه التزايد والتناقص أي القرب والبعد من مرتبة العدد عن طريق تكرار اعداد الكسر .

6- مكان الكسر أو موقعه .

7- الكسور الستينية التي كانت من العوامل التي دفعت وساعدت على انجاز الكسور العشرية.

جاء أول ذكر للكسور العشرية " الإعشاريـــــة " كما كان يطلق عليها الكاشي في كتاب الكاشي الرسالة المحيطية الذي حققه (بـــول لاكي) في عام 1948م ، وذلك حينما حاول الكاشي استخراج نســـبة محيط الدائرة إلى قطـــرها ، وهي نسبة تقريبية ذكرها أولا على النّظام الستيني ثم العشري , وكان هدفـــه من وراء ذلك كما يقول : " أن يتقنها من لا يعرف الكســـور الستينية" [19] .

أما العرض الأوضح والأوفـــي فنجده في كتابه مفتاح الحساب وفيه يقول : (ولنقدم هذا لما استخرجنا نسبة محيط الدائرة إلى القطر في رسالتنا المُسمّاه المحيطية , وبلغنا الكســـور إلى التاسعة أردنا أن نحـــولها إلى الرقـــوم الهندية لئلا يعجز المحاسب الذي لم يعرف حساب المنجمين أخذنا كســـر المحيط مـــن مخرج هو عشرة آلاف مكـــررة خمسة مرات ، وهذا عدد مجرد , فكأنا قسمنا الواحد الصحيح إلى عشرة أقسام وقسّمنا كل عشرة أقسام عشرة أقسام ثـــم كلّ قسم منها عشـــرة أقسام ، وهكذا بالغا ما بلغ)[20] , ثم يضيف (قســـمنا الأقسام الأولى أعشارا لكونها كذلك , والثانيـــة ثاني الأعشار والثالثة ثالث الأعشار. وهكذا بالغا ما بلغ , لتكون مراتب الكسور والصحاح على نسبة واحدة علي قياس المنجمين وسميناها بالكسور الإعشارية)[21] , هنا لم يعد الأمر مجرد ترجمة لنظام كســـري فحسب, بل إن الهدف هو إيجاد نظام جديد يقوم بديلا عن النظام الستيني " طريق المنجمين " ، ومما ساعد على انتشار الكســـور العشرية وسيادتها أنها طريقة سهلة ودقيقة وسريعة مما كان له الأثـــر الفعال في تقـــدّم الرياضيات والعلوم بصورة هائلة الذي يرجع الفضل فيه إلى الكاشي صاحب ومبتكر الكســـور العشرية على الصورة التي نعرفها الآن.

اســـتخراج الجـــــذور : أوجد علماء الرياضيات المسلمون العديد من الطـــرق لاستخراج الجذور التكعيبية وما فوقها , منها الطرق الهندسية والطرق الجبرية التي توصلوا إليها بعد تطوّر علم الجبر، والطريق الهندسية هي التي شدت

انتباه الكاشي الذي أورد طريقة عامة تستخرج الجذور لأي قوة ومن ذلك صياغته العامة لكيفية استخراج الجـــذر الخامس فمثلا : 44240899506197 يمكن الوصول إلى حلها عن طريق ما أطلق عليه الكاشي حل المخرج الاصطلاح كالآتي :-

$\sqrt[5]{44240899506197}$

$=536+(537)^5-(536)^5$

$=536$ 21

$=414237740281$

سهلت هذه الصياغة العامة إيجاد الجذور لأي قوة , التي استخدم فيها الكاشي الأسلوب الهندسي في حل كثيرٍ من المسائل المستعصية.

نظريـــــــــة ذات الحديـــــــــن : كانت هذه النظريـــة معروفة منذ وقت مُبكّـر عند العلماء العرب , وكان الكاشـــي من العلماء الذين تناولوا هـــذه النظرية بالبحث وأسهموا في تطويـــرها ، وكان الكاشـــي قد قدم نظرية عن طريق إعطاء مفكوكات $(أ+أ)^2.(أ+أ)^3.(أ+أ)^5$ مبينا أن عـــدد حدود المفكوك يزيد بزيادة أصول المنازل (أي : القوة أو الأس) ، وفي مفتاح حساب معاملات المفكوكات حتى القـــوة التاسعة كما شرح كيفية إيجاد هذه المعاملات عن طريق قاعدة صحيحة [22].

أما عن اسهامات الكاشي في حساب المثلثات كانت مميزة فتتمثل في محاولته الناجحة في استخدام معادلة من الدرجة الثالثة من حساب جيب الدرجة الأولى ، وهو ما يشير إليه مؤلفه (استخراج جيب الدرجـــة الأولى) حيث يُبيّن الكاشى برهانه وطريقة حله , وكانت طريقة حسابه لها تتم بواسطة معادلات المثلثية , وقد جاء في هذا الكتاب – إذا علم جيب قوس وأريد معرفه ثلاثة أمثاله يضرب مكعب ذلك الجيب في أربعة , وينقص الحاصل من ثلاثة أمثاله ، فالباقي هو الجيب المطلوب)[23]

جا 3 س = 4 جا^3 س – 3 جا س

الخـــــوارزمـــــــي : هو مُحمّد موسى الخوارزمي أصله من خـــوارزم وتقع جنوب بحيرة آرال في التركستان عاصـــر الخليفة المأمـــون وكان عاملًا في بيت الحكمة الذي أنشأه المأمون لتشجيع العلوم ، توفي الخوارزمي في بغداد سنة 855 م .

ويعتبر الخوارزمي أول من فصل علم الحساب عـــن الجبر وهو أول من عالج مسائل الجبر بأسلوب علمي ومنطقي فنقل هذا العلم إلى مرتبة العلوم الصحيحة بحيث استفاد منه الغربيـــون في دراستهم الرياضية الحديثة.

وعلى الرغـــم من أن محمد بن موسى الخوارزمي وضع عدة مؤلفات في الرياضيات والفلك إلا أن الكتاب الذي يشتهر به هذا العالم الجليل هو كتاب الجبر والمقابلة الذي يـــروي المؤرخون أن الخوارزمي وضعه بأمـــر من الخليفة المأمون كما استدلوا عن ذلك من مقدّمة الخوارزمي لهذا الكتاب ، والذي يقول فيها أن الخليفة هو الذي شجّعه علي تأليف هذا الكتاب الذي له فوائد كثيرة يجنيها الناس منه ، خاصة في معاملاتهم التجارية وفي قضايا الميراث والوصايا وغيرها[24] ، (وقد شجعنا ما فضل الله به الإمام أمير المؤمنين على إيضاح مكان مستبهما وتسهيل ما كان مستوعرا علي إني ألّفتُ من كتاب " الجبر والمقابلة " كتابا مختصر حاصرا لطيف الحساب وجليله , لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم , وفي مقاسمتهم وأحكامهم وتجارتهم وفي جميع ما يتعاملون به بينهم , من مساحة الأرضين وكري الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجـــــوه وفنونه)[25]

فماذا يعني الخوارزمي بمصطلح الجبر؟ وماذا يعني بمصطلح المقابلة؟

يقصد الخوارزمي بمصطلح جبر نقل الحدّ من جانب إلى الجانب الآخـــــر من المعادلة والحدّ هنا هو الكمية المعبّر عنها في المعادلة بعدد معلوم أو مجهول.

أما مصطلح المقابلة فهو توحيد الحدود المتماثلة وهذه الكلمة تفيد التضاد والموازنة وتطلق على شطري المعادلة جميعا. كما إن من معاني كلمة الجبر الرد والإرجاع والإصلاح بعد الكســـر ، ولما كان المصطلح الأول يرتبط بالمصطلح الثاني فقد أصبح الأخير يعني : اضافه شيء إلى كمية معينة أو زيادتها حتى تصبح مساوية لكمية اخرى ثـــم انتشر مصطلح الجبر لتعني الموضوع كله)[26].

إن علم الجبر بالمعنى الصحيح هو ابتكار إسلامي ســـواء من حيث الباعث أو الموضوع أو المصطلح فنحن نعلم أن الجبر جاء من أجل ســـد الاحتياجات العملية للناس تلك الاحتجاجات التي تتعلق بالميراث وتقسيم الممتلكات والتجارة ، والخوارزمي درس علم الفرائض وهـــو علم الحصص الشرعية للورثة [27].

فكتاب الخوارزمي هو : (الوسط بين العلم المجرد والمستقل عن المعطى التجريبي والعلم العملي ، الذي لم يتحرر من العلاقة النفعيـــة ...، فهو يقسّم النظري على حده، ويركب المسائل الجبرية المختلفة بحسب عملية التركيب الأساسية في علم الجبر، ويحاول أن يخضع المعاملات والوصايا لدساتير الجبر الفعلية[28]).

معنـــــــــــى كلمتـــــــــــي "جـــــبر" والمقابلة :

الجبر هو نقل الحدود الجبرية من إحدى جانبي المعادلة إلى الجانب الآخر فيها مثل-

$س^2$ - 2 س = 5 س + 6

مال – جذرين = 5 جذور+6

فبالجبر تصير المعادلة:

$س^2$ = 5س + 2 س + 6

(مال) =(5جذور) +(جذرين +6

إما المقابلة فهي توحيد الحدود المتماثلة :

فالمعادلة $س^2$ = 5 س +2 س +6

تصير بالمقابلة $س^2$ = 7 س + 6

مضمون الكتاب وأقسامه..

جاء كتاب الجبر والمقابلة في قسمين..قسم نظري ، وقسم عملي.

القسم النظري : عرض فيه الخوارزمي الرموز والاصطلاحات الجبرية التي استعملها كما عرض أنواع المعادلات ودرجتها, فالرموز الواردة في الكتاب هي :

- الجذر أي المجهول رمز إليه بحرف (س) أي (x) بالأجنبية.
- المال وهو الجذر مربعا ($س^2$) أي (x^2) بالأجنبية .
- الفرد وهو العدد المعلوم الخالي من المجهول مثل 4 7 20.....
- جزء الشيء أي : كسره ($\frac{1}{س}$) أي $\frac{1}{x}$ بالأجنبية

ومن خلال هذه الرموز بنى الخوارزمي معادلاته من الدرجتين الأولى والثانيـــة (من هذه الضروب الثلاثة ما يعدل بعضها بعضا، وهو كذلك أموال تعدل جذورا، وأموال تعدل عددا ، وجذور تعدل عددا) .فتأتي هذه المعادلات على الشكل التالي.

أموال	تعدل	جذورا
($م س^2$)	=	(ب س) = bx= $a\ x^2$
أموال	تعدل	عددا
($م س^2$)	=	(ج) a x^2 = c
جذور	تعدل	عددا
(ب س)	=	(ج) bx= c

ويتابع الخوارزمي أن ..هذه الضروب الثلاثة التي هي الأموال والجذور والأعداد ، تقترن فيكون لها ثلاثة أجناس مقترنة وهي . عددا، وأموال وعدد تعدل جذورها ، وجذور وعدد تعدل أموالا فتأتي معادلاتها كما يلي ...

- أموال وجذور تعدل عددا

$a\,^2x + bx = c$ —— (ج) = (م س)^2 + (ب س)

- أموال وعدد تعدل جذورا

$a\,^2x + c = bx$ —— (ب س) = (م س)^2 + ج

- جذور وعدد تعدل أموالا

$bx + c = a\,^2x$ —— (م س)^2 = (ب س) +(ج)

[29]...

وقد حل الخوارزمي هذه المعادلات بطريقتين

....بدون استعمال الرموز

.....بواسطة الرموز

أعطى مثالا على ذلك، المسألة التالية ..مالان وعشرة أجذار تعدل ثمانية وأربعين درهما فما مقدار هذا المال ؟

الحل بدون الرموز	الحل بواسطة الرموز
- أي مالين إذا جمعا وزيد عليهما مثل عشرة أجذار أحدهما بلغ ثمانية وأربعين درهما - ينبغي أن ترد المالين الى مال واحد - – وقد علمت أن مالا من مالين نصفهما - - - – فرددكل شئ الى نصفه فكأنه قال : مال وخمسة أجداريعدل أربعة وعشرين درهما معناه أي المال إذا زدت عليه خمسة أجداربلغ أربعة وعشرين.- ننصف الأجذار فتكون إثنين ونصفا فأضربهمت في مثلها فتكون ستة وربعا - . فزدها على الأربعة والعشرين فيكون ثلاثين درهم أو ربع درهم – فخذ جذرها وهو خمسة ونصف – فأنقص منها نصف الأجذار وهو اثنين ونصف – يبقى ثلاثة وهو جذر المال والمال تسعة	2 س^2 + 10س = 48 أي أن س^2 + 5 س = 24 $\sqrt{\frac{5}{2} - 24 + \left(\frac{5}{2}\right)}$ = س 3س = $\frac{5}{2} - \frac{11}{5}$= وهذا هو جذر المال فالمال يكون تسعة

.([30])

ويستطرد الخوارزمي في أمثلة من هذا النوع ليطبقها على المعادلات الست التي يوردها ، وقد توصّـــــل الخوارزمي إلى حل المعادلات من الدرجة الثانية, واستخرج قيمة جذورها الموجبة كما توصل إلى معرفة المعادلات ذات الجذور الدخيلة ونظم المعادلات تنظيما تبناه علم الجبر الحديث ، كما وضع الأصول التي يجب اتباعها في إجراء عمليات الجمع ، والطرح ،والضرب، والقسمة.

كما يعتبر الخوارزمي أول من استخدم كلمة أصم للدلالة على العدد الذي ليس له جذر وانتقل معنى هذه الكلمة إلى الغرب فاستعملوا كلمة surd ، وتعني: أصم صامت جذر أصم[31].

وقد أجمع الباحثون مستشرقون وشرقيون على أثـــــر الخوارزمي وفضله في علم الجبر وابتكار كثير من بحوثه ، كما يرجع إليه الفضل في تعريف الناس بالأرقام الهندية ، وعلم الحساب ، فقد حلّق في سماء الرياضيات فكان نجما اهتدى بنوره علماء العرب وعلماء أوروبا . والحضارة الحديثة مدينة له بالكثير من كنوز المعرفة الثمينـــــة.

ابن الهـــــــــائم : هـــــو أبو العباس شهاب الدّين أحمد بن محمد بن عماد الدّين المعروف بابن الهائم , ويلقّب بالحاسب والفرضي ؛ لأنه تميّز في علم الفرائض " علم تقسيم الإرث" ، ويلقب بالمعلم نسبة إلى مزاولته لمهنة التعليم لسنوات طويلة.

يقول عنه الزركلـــــي " إن ابن الهائم من كبار علماء الرياضيات ، مصري المولد والنشأة وانتقل إلى القدس.. ومات فيها ..[32], ويعتبر ابن الهائم من أشهر علماء الحساب في جميع العصور، فألّف العديد من الكتب الرياضية ، وقدمها في صورة قصائد شعرية حتى يمكن فهمها أو استيعابها بسهولة أكثر من قبل , أكثر عدد من الناس ، كما قام بشـــــرح بعض كتب سابقيه وعلاجها - أيضا - عن طريق الشعر . أما بالنسبة للموضوعات الرياضية التي يصعب وضعها في هيئة قصائد شعرية ، فقد كان يقدّمها بأسلوب بسيط واضح لا غموض فيه ، فقد كانت البســـــاطة والوضوح مسعاه وغايته , ولذلك نجده ابتكر العديد من الطرق الحسابية السهلة، التي يمكن لأي مبتدئ حلها ، من ذلك مثلا ..أنه قدم بعض العمليات الحسابية بطرق جديدة ومختصرة ، ونجذ ذلك واضح في رسالة له " اللمع في الحساب " ، وضع فيها قواعد لضرب الأعداد بطريقة مختصرة ، ومن ذلك مثلا - كل عدد يضرب في (15) يزاد عليه نصفه ثم يضرب في (10).[33] $24\times15=12+24=36\times10$

أما الباب الثاني من اللمع في الحساب، فهو القسمة ويتكون من مقدمة وفصل واحد

المقدمة تبحث في قسمة القليل على الكثير , أما الباب الثالث فهو في الكسور.

لابن الهائم العديد من الإسهامات الرياضية ذات القيمة العالية سواء في الحساب أو في الجبر ففي الحساب أعدت إسهاماته في تقدم العلم عن طريق تسهيل إجراء العمليات الحسابية مما ساعد في سرعة هذه العمليات ودقتها.

أما في الجبر فإسهاماته كانت في إدخال الرمـــوز الجبرية مما مكن علم الجبر من التّطور والدقة والتجريد، إلى آفاق ما كان يمكن لهذا العلم أن يبلغها لولا هذه التقنيات الرياضية المفيدة، ومن أهم إسهامات ابن الهائم في الحساب والجبر ما يلي :

1- في الحساب

أـ طريقة الجـــــداول : من أجل تبسيط عمليات الضرب، وضع إبان الهائم جداول حتى يمكن إجراء هذه العمليات بسهولة ، وقد عرفت بطريقة الشبكة . وهي جداول تعليمية في الأساس الأول , ويقصد منها تعليم النشء كيفية ضرب الأعداد بإتباع إجراءات بسيطة وواضحة .فمثلا لضرب 4325×2164

فتكون النتيجة بحسب الجدول كالآتي..

4 3 2 5

8	6	4	10
4	3	2	5
24	18	12	30
16	12	8	20

3 0 0 9 3 5 9

حيث وضع الطّـــرف الأول فوق الجدول والطّـــرف الثاني على يسار الجدول ، ثم قسّـــم الجدول إلى مربعات وفق الأرقام الموجودة ، وكلّ مربع قسّـــمه إلى قسمين

القســـم الأعلى للعشرات والقســـم الأسفل للآحاد ، ثم ضرب الأعداد , فإن نتيجة ضرب كل رقـــم من الطّـــرف الأعلى تقع تحته ، أي : نتيجة الضرب توضع تحت خانته.أما النتيجة النهائية فتكون في اتجاه السهام.

هذه الطريقة سهلة الإجراء ومفيدة من الناحية التعليمية وخصوصا للمبتدئين حتى يمكنهم تعليم عمليات حسابية معقدة بطريقة بسيطة وواضحة(34).

ب ـ ميـزان العـدد: عرف الرياضيون العرب ، القاعدة المسـمّاة (ميزان العدد) ، والتي عرفت في الغـــرب بعد ذلك , وأطلق عليها اســـم القاعدة الذهبيـــــة , وقد أشـــار ابن الهائم إلـــى هـــذه القاعـــدة في بعض كتبه مثل كتاب: النزهة في الحساب، وكذلك في كتابه: الوسيلة في علم الحساب ، وكتابه : مرشدة الطالب إلى أسنى المطالب .

ويقصد بميزان العدد هـــو : مجموعة إجراءات ، تجريها على العمليات الحسابية للتأكد من صحة النتيجة ، عن طريق إعداد معلومة ، فإن وافـــق ميزان الحاصل ميزان المجتمع ، أي : مجموع ميزان العدد لأطراف العمليـــة الحسابية تكون العملية التي قمنا بها صحيحة ، وإن خالفت فهي خاطئة , وتنص قاعدة ميزان العدد ، وكما أوردها بشـــكل أكثر وضوحا على " أن ميزان العدد ما يبقى منه بعد إسقاطه تسعة تسعة وامتحان الجمع والتضعيف بجمع ميزاني المجموعتين وتضعيف ميزان المضعف ، وأخذ ميزان المجتمع فإن خالف ميزان الحاصل فالعمل خطأ.(35).

فميزان العدد هو ما يبقى من العدد بعد إسقاطه تسعة تسعة بمعنى : أننا نجمع الأرقـــام المكـــوّنة للعـــدد ونستبعد منها جميع التّسعات الصحيحة فما يبقى ذلك هو ميـــزان العدد.

تُجـــرى هذه القاعدة لاختيار صحة وسلامة العمليات على جميع العمليات الحسابية الأساسية من ضرب ، وقسمة، وجمع ، وطرح . وعن طريقها يمكن تحويل عمليات القسمة إلى عمليات ضرب , ويمكن أن تكون عملية الإسقاط باستخدام الأرقـــام سبعة أو ثمانية أو أي أرقام أخـــرى، المهم كما يقول ابن الهائم في كتابه " مرشدة الطالب إلى أسنى المطالب " ، وميزانه أن تنصف الحاصل فإن خرج المضاعف صح وإلاّ فلا ، وإن شئت فاطرح المضاعف بسبعة أو ثمانية أو تســـعة فإن فنى ، فالجواب كذلك وإن بقيت منه بقية فضعفها الميزان ، فاطرح الجواب بما طرحت به فإن ساوت بقية الميزان صح وإلا فلا(36).

ولتوضيح هـــذا الأمر على عملية جمع , فنبين ميزان كل عدد على حـــدّة تم ميزان المجتمع " ميزان حاصل جمع موازيـــن الأعداد - أيضا - " إلى اليسار" ، ثم نحسب ميزان حاصل جمع الأعـــداد ، ونكتب ذلك على يمين حاصل الجمع فإذا كانت عملية الجمع صحيحة يتساوى ميزان المجتمع (من جميع موازين الأعداد مع ميزان حاصل جميع الأعداد ، وإذا لم تكن متساوية فإن العملية غير صحيحة , فمثلاً في جمع الأعداد الآتية يمكن أن نرى كيفية تطبيق إجراءات ميزان العدد .

العدد الأول 893756	**2**
العدد الثاني 479602	**1**
العدد الثالث 126835	**7**
العدد الرابع 751468	**4**
ميزان الحاصل= 5 2251661	**5 ميزان المجتمع**

ميزان الحاصل يساوي ميزان المجتمع وعلى ذلك فالعملية صحيحة

2- الجبر الرمزية الجبرية:

تذكر المصادر التاريخية المتعددة أن .ابن الهائم ذكر الحروف على أنها علامات رمزيـــة تدل على العدد الأول مرة في كتابين قام بشرحهما الكتاب الأول شرحه على تلخيص أعمال الحساب لابن البناء ، والكتاب الثاني ، شرحه الذي قام به، للأرجوزة الياسمينية لابن الياسمين [37].

حيث قال ابن الهائم في شرحـــه لهذا الكتاب أن أهـــل الاصطلاح لهم في التعبير عن العدد في المسائل الجبرية طريقان : فمنهم من يذكره مطلقا من غير القيد فيتميز عن غيره , كأن يقول ثلاثة وخمسة أشياء تعدل العشـــــرة ، فتعلم أن الثلاثة والعشرة عددان كذلك في الرســـم الهندي أو الغباري يجعلون لكل نوع علامة , كالشين للأشياء, والميم للمال , والكاف للكعب وميمين لمال المال وهكذا ، ولا يجعلون للعدد علامة وجودية , فيصير ترك العلامة علامة له كالحرف النحوي باعتبار قسميه. وكالحاء المهملة مع الجيم والخاء المعجمة , ومنهم من يميزه بتقييده بالدراهم أو بالآحاد أو بغير ذلك فيقولون مثلا ثلاث درهم أو اربع آحاد أو ثلاثة من العدد, اما ما يعبر عن العشرة بقوله عشرة اعداد فهو تساهل ظاهرا [38].

من هذا النص نـــرى إن أهل الاصطلاح " علماء الجبر " كانوا يستخدمون طريقة التعبير الرمزي في الصيغ الجبرية إلى جانب استخدامهم للطريقة اللفظية دون تقييد أو تفضيل لطريقة على أخـــرى كما إن الرمـــز كان ضيّق و محدودا عكس الطريقة اللفظية التي هي أكثر شيوعا واستعمالا, والأساس المشترك الذي انطلقت منه هاتان

الطريقتان هو ما قدمه الخـــوارزمي من مصطلحات وإن كانت طريق الحروف هي الأكثر تجريدا وهي المقصودة إلا أنها الأقل استخداما .

تعريف اللـــوغـــاريتـــمات : اللـــوغاريتـــم أو الإسيس (هو حد في متواليـــة حسابيـــة تبدأ بالصفر يقابل المطلوب في متواليـــة هندسية تبدأ بالواحد. وفي الاصطلاح هو الأس الدّال على المقدار الذي يجب أن نرفع إليه عدد معين أكثر من واحد , نسميه الأساس حتى نحصل على المطلوب)[39] ، ولتوضيح هذا التعريف نقـــول : (إن لوغاريتـــم العدد : (ع) هـــو (أس) القوة التي يرفع إليها عدد ما , وليكن (ن) ، ويسمّـــى العدد (ن) الأساس لينتج العدد (ع) كما يتضح ذلك من العلاقة "ع = نᵐ " ، وقد اتفق على استعمال (لـــو) اختصار لكلمة لوغاريتـــم وتسمّى (م) بلوغاريتم العـــدد : (ع) للأساس (ن) , ولذلك يكتب قانون اللوغاريتمات بالصيغة الآتية: (لو ع = م)[40].

فمثلا : لوغاريتم 100الأساس (10) = 2

- أيضا- نقول عند $3^4 = 81$

وفي عملية الضرب نجد مثلا إن :

- $8 \times 64 = 512$
- $2^3 \times 2^6 = 92$

عن طريق جمع الأسس 3 + 6 = 9 للأساس (2)

ولهذا يمكن القول بأن (3) هي لوغاريتم (8) للأساس (2) و(6) هي لوغاريتم (64) للأساس (2) و(9) هي لوغاريتم (512) للأساس (2) من هذا نرى أن جداول اللوغاريتمات تقوم علي عاملين:

الأول : عمليتي الجمع والطرح بدلا من الضرب والقسمة

الثاني : الصلة بين حدود المتوالية الحسابية و المتوالية الهندسية والتي يمكن توضيحها و بالآتي.

المتوالية الهندسية	1	5	25	125	625	3125
المتوالية الحسابية	0	1	2	3	4	5

نجد أن أســـاس المتوالية الهندسية هـــو : العدد (5) فأس الأساس للحد (625) هـــو (4) في المتوالية الحسابية أي : (5^4) واذا نظرنا إلى العدد (25) نجد أس الأساس (3) يقابل (125) في المتوالية الهندسية أي:

(625) = (125) × (5) أو 5×5^4 =625

هذا التعريف لمصطلح ومفهوم اللوغاريتمات يستند أساسا الى توسيع لصيغة جبرية وتطبيقها, يقـــال إن (نابير) هو من اكتشفها ولم يسبقه إليها أحد وهذه الصيغة هي :

ج أ جا ب = جتا (أ – ب) – جتا (أ + ب)

هذه هـــي الصيغة النهائيـــــة لعلم اللوغـــــاريتمات ، ومن أجل ذلك اعتبـــــر (نابير) هـــو مخترع علم اللوغاريتمات، ولكن بالرجوع إلى التاريخ الموثق والمؤيد بالأدلة والشواهـــد وبدراسة الفكر الرياضي الإسلامي دراسة دقيقة متأنية , نجد أنفسنا امام حقائق وادله لا يمكن تجاهلها حيث وجدت المفاهيم الأساسية التي قام عليها هذا العلم في العديد من المؤلفات وفي مراحل مختلفة من التاريخ , حيث نجد العديد من الأفكار الإسهامات العديدة التي أضافت إلى هذا العلم .

ومن خـــــلال دراســـــة الفكر الرياضي الإسلامـــــي تبيّـــن أن مفاهيم هذا العلم ذات الأهمية في الرياضيات الحديثة فإلى أي جانب ساعد على تبسيط العمليات الحسابية التي ترد في سائر العلوم التطبيقية مثل : الفيزياء والهندسة والاحصاء والحساب التجاري , فقد تطور هذا العلم من خلال ثلاثة رياضين ، وهم : سنان بن الفتح , وابن يونس , وابن حمزة. وقد أسهم حبش الحاسب معاصر الخوارزمي بطريقة غير مباشـــــرة في تطور هذا العلم الذي قدّم جداول فلكية على درجة عالية من الدقة والكفاءة , فقد كان على معرفـــة صحيحة بمعاني الظل وظل التمام والقاطع وقاطع التمام واحتفظت بقيمتها حتى اكتشاف اللوغاريتمات ؛ لأنها تســـمح بإحلال الضرب محل كل قسمة بواسطة الجيوب وجيوب التمام [41].

ابن حمـــــــــزة المغربـــــــــي : هو أبو الحســـــــن علي بن ولي الدّين ابن حمزة المغربي من علماء القـــــرن العاشر الهجري السادس عشر الميلادي ولد في الجزائر, كان بارزا في الجبر والحساب ، ومن مؤلفاته المسائل المكية ، و كتاب تحفة الأعـــداد في عالم الحساب والكتاب الأخير ألّفه باللغة التركية , وقد ذكر في مؤلفاته بنزاهة وتواضـــع العلماء الذين تأثّـــر بهم ، ونقل عنهم مثل : سنان بن الفتح الحراني , وابن يونس ، وابن الهائم , وابن غازي المكناســـي [42].

نجد أن ابن حمزة قد اهتم اهتماما كبيرا بالمتواليات بجميع أنواعها وأشكالها قاده هذا الاهتمام إلى إدراك العلاقـــة التي تربط بين المتواليتين , المتوالية الحسابية والمتوالية الهندسية , ويعتبر الانتباه لهذه العلاقة بين المتواليتين " فكر أساسية في اللوغاريثمات وتعتبر خطوة إلى الأمام اكتشاف علم اللوغاريتمات ؛ بل هي حجر

الأساس لهذا العلم)[43] , ومن أجل ذلك فإن بعضهم يرى أن ابن حمزة المغربـــي (هو واضع أسس علم اللوغاريتمات ؛ بل يجب اعتباره مكتشف هذا العلم)[44] .

أما أبحاث ودراسات ابن حمزة فقد انصبت علي دراسة العلاقة بين المتواليات بحيث استطاع الوصول إلى ربطهما معا في إطار علاقـــة واحدة ، وهذه هي الأسس التي بنيت عليها اللوغاريتمات[45] .

إم أس الأساس لأي حد من حدود متوالية هندسية تبدأ بالواحد الصحيح يساوي أس للحدين الذين حاصل ضربهما يساوي الحدّ المذكور ناقص واحدا [46].

وبشرح هذا النص فإنه يتم وضـــع المتواليتين الهندسية والحسابية على الصورة الآتية:

المتوالية الهندسية	1	2	4	8	16	32
المتوالية الحسابية	1	2	3	4	5	6

ووفقا لنص ابن حمزة فإن المتوالية الحسابية هي أس الأساس في حدود المتوالية الهندسية وأساس المتوالية الهندسية هنا هو (2) فإذا أخذنا العدد (16)على سبيل المثال في المتوالية الهندسية نجد أن الرقم الذي يقابله هـو : الرقم (5) في المتوالية الحسابية.

وإذا أخـــذنا الحدّين الذين يكون حاصل ضربهما (16) في المتوالية الهندسية لوجدناها (2) (8) الرقم : (2) في المتوالية الهندسية يقابله الرقم : (2) في المتوالية الحسابية . والرقم : (8) في المتوالية الهندسية يقابله (4) في المتوالية الحسابية فيكون.

$$6 = 4 + 2$$

ننقص منه واحد يكون الناتج خمسة أي:

$$5^3 = 1 - 6 = 4 + 2$$

اما إذا كان: $4 \times 4 = 16$ في المتوالية الهندسية فيقابله $3 + 3$ في المتوالية الحسابية فنقص منه واحدا أي: $3 + 3 - 1 = 5$

استخدم ابن حمزة المتوالية الحسابية التي تبدأ بالواحد فذكر بعضهم لو أن ابن حمزة استخدم مع المتوالية الهندسية متوالية عددية تبدأ من الصفر, مع اتخاذه الحـــدود في هذه المتوالية أساسا للأساس في نظائرها في حـــدود المتوالية الهندسية لكان اختراع اللـــوغاريتمات من نصيبه.

الخاتمـــــة :

في نهاية هذ ا البحث خاص البحث إلى الآتي

1- يتمتع علم الرياضيات بجاذبية خاصة وسحر أخّــاذ وبريق مبهر فهو مادة إيقاظ الفكر وشحذ المواهب وبناء العقول ، وان مادة الرياضيات هي مادة البناء في أبحاث الفضاء والفلك والأجهزة الإلكترونية التي دخلت جميع مجالات الحياة وتغلغلت بها وانتقلت بالناس من عالم إلى عالم آخـــر.

2 – لاشـــك في أن لا شيء يعادل الرياضيات فهي بتركيبها الدقيقة غنية بصورة لا تضاهيها أيُّ مادة في دقتها وقوة منطقها وشدّة تناسقها ، والنظرية المبرهنة رياضيا تكون بمثابة يقين عقلي مطلق بصرف النظر إذا كان منطلقا على الواقع أم غير منطبق الأهم أن يتسق البناء المنطقي مع نفسه.

3-العلوم الإخبارية والتجريبية وسائلها الحواس والتّصورات ومدى التناغم والصدق مع الواقع ، لذا فإن علوم الفلك والفيزياء تتعرض للتصديق والتكذيب ، فتبطل النظريات الجديدة القديمة , والشواهد على ذلك في تاريخ العلوم لا تحصى مثل : كيفية الإبصار ، وطبيعة الكهرباء ، وعلوم الفلك ، والتصورات حول الكون ..الخ لهذه الأسباب سميت المبرهنة الرياضية للدلالة على يقينها ، أما في العلوم الإخبارية فالنظرية مجرد تصـــوّر لا يرتقي لليقين المطـــلق الذي تحظى به المبرهنة الرياضية، لهذا السبب سميت الرياضيات بلقب ملكة العلوم.

4-تطوّرت العلوم الرياضية تطوّرا سريعا على إيدي العلماء المسلمين الذين سجلوا ابتكارات رياضية مهمة في حقول الحساب والجبر والهندسة والمثلثات ، وقد أثارت أعمالهم إعجاب علماء الغرب وأشادوا بفضل علماء المسلمين والعرب ومآثــرهم الرياضية ، فقد ذكر بعضهم في كتاباته إن للعرب عناية خاصة بالعلوم الرياضية، وقال : (روم لانـــدو) على أيدي العرب دون غيرهم عرفت الرياضيات ، ذلك التحوّل الذي مكنها آخـــر الأمر أن تصبح الأساس الذي قام عليه العالم الغربي.

الهوامـــش :

[1] - علي الدفاع , العلوم الرياضية في الحضارة العربية , ج1, ص29.
[2] عيسى عبدالله ,قراءة جديدة للعلوم عند العرب.ص227.
[3] ابن النديم , الفهرست , دار المسيرة بيروت 1975,ص20.
[4] الخوارزمي , مفاتيح العلوم , ص112.
[5] الكاشي , مفتاح الحساب , تحقيـــق : أحمد الدمرداس, دار الكتاب العربي القاهرة, ص46.
[6] د. محمد العريبي , المناهج والمذاهب الفكرية والعلوم عند العرب , دار الفكر اللبناني ص231.
[7] علي الدفاع , العلوم الرياضية في الحضارة العربية ص 55.
[8] جوتلوب فريحة , نظرية الأعداد, دار المعرفة الجامعية الإسكندرية 1991 ص : 59.
[9] د. علي دفاع ,علوم الرياضية في الحضارة العربية, ص 52 و53 ف
[10] الفارابي, احصاء العلوم ,الطبعة الثانية ,تحقيق عثمان امين دار الفكر العربي 1949 ,ص 76.
[11] ابن خلدون , المقدمة , ص1225.
[12] المصدر السابق,ص1227.
[13] الدكتور حميد نوراني , تاريخ العلوم عند العرب ,الموسوعة الفلسفية دار المشرق بيروت ص 72
[14] الكاشي ,المرجع السابق ص 72- 73.
[15] الكاشي , مفتاح الحساب , تحقيق أحمد الدمرداش محمد حمدي الشـيخ , دار الكتاب العربي القاهرة , ص39
[16] الكاش, مفتاح الحساب, ص 46.
[17] د. عيسى عبد الله, رواد الرياضيات العربية مقدمة بفلسفة الرياضيات العربية, ص406.
[18] أ. رشدي راشد, تاريخ الرياضيات العربية, دار المعارف مصر 1983 ص 114.
[19] الكاشي , مفتاح الحساب ص 286.
[20] الكاشي , مفتاح الحساب ص 121.
[21] الكاشي , مفتاح الحساب ص 121.
[22] على الدفاع وجلال شوقي , العلوم الرياضية, الجزء الثاني, ص 43.
[23] علي الدفاع وجلال شوقي, العلوم الرياضية, الجزء الثاني , ص283.
[24] مفتاح محمد دياب , مقدمة في تاريخ العلوم في الحضارة الاسلامية. ط 1,ص 211.
[25] مقدمه كتاب الجبر المقابلة المختارات, ص 185.
[26] محمد عبد الرحمن مرحبا ,المرجع في تاريخ العلوم عند العرب ,دار الجيل بيروت ط1998ص435
[27] على الدفاع, العلوم الرياضية في الحضارة الإسلامية ,ج 2 ص135
[28] د.حميد موراني, تاريخ العلوم عند العرب ,دار الأجيال دمشق 1970ص121
[29] الخوارزمي , الجبر والمقابلة , ص 20.
[30] د. حسن العاصي , تاريخ العلوم عند العرب , دار المواسم بيروت , ط1 , ص182.
[31] قدري طوقان, قراءات العرب العلمية في الرياضيات والفلك , ص 82.
[32] .ابن الهائم, الحاوي في الحساب, تحقيق رشيد عبد الرازق الصالحي وخضير عباس ،مركز التراث بغداد 1988ص 13.
[33] عمر فروخ, تاريخ العلوم عند العرب ,دار العلم الملايين بيروت, ص138
[34] د. عيسى عبدالله, رواد في الرياضيات العربية .مقدمة لفلسفة الرياضيات العربية .مالطا.ط 1 ص363/364.

[35] بهاء الدين العاملي .,الأعمال الرياضية لبهاء الدين العاملي تحقيق جلال شوقي ,دار الشروق بيروت 1981ص38.
[36] المصدر السابق, ص 38.
[37] أبو محمد عبد الله بن حجاج الادريسي المعروف بابن الياسمين تتركز شهرته على أرجوزته التي لاقت اهتمام العلماء ، والتي عرفت بالأرجـــوزة الياسمينة يعتبره بعضهم مؤسس المدرسة المغربية في الجبر والحساب توفى 601هـ 4 120 م المخطوط شـــرح الأرجوزة الياسمينية في الجبر مكتب الأوقاف الموصل العراق تحت رقم 12/14
[38] ابن الهائم ,شرح ابن الهائم على الأرجوزة الياسمينية, مخطوط مكتبة الأوقاف الإسلامية, بحلب رقم 1785 ميلادي
[39] د. عمر تاريخ , العلوم عند العرب ص 138.
[40] علي الدفاع , العلوم الرياضية , ص187 .
[41] رينيه تاتون, تاريخ العلوم العام ترجمة, على مقلد المؤسسة الجامعية بيروت 1988 ص 481.
[42] على الدفاع وجلال شوقي, العلوم الرياضية في الحضارة الإسلامية ج2 ,ص 293.
[43] هاشم الطيار , موجز تاريخ الرياضيات, دار الكتب جامعة الموصل 1977 ص 120.
[44] على الدفاع ,العلوم الرياضية ج 1, ص 191.
[45] حكمت نجيب, دراسات في تاريخ العلوم عند العرب, جامعة الموصل 1977 ص 14.
[46] قدري طوقان, تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك , ص 58.